

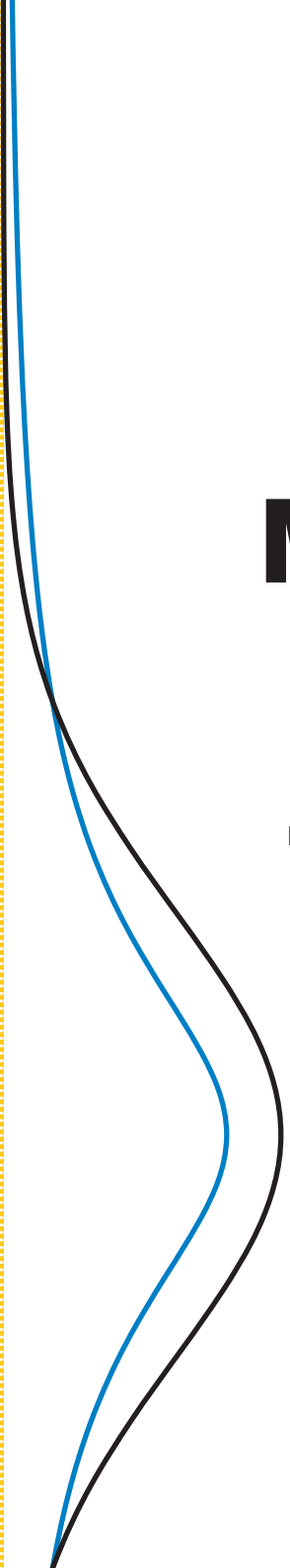
Goran Kostić

METROLOŠKI PRIRUČNIK

PRVO e-IZDANJE
DRUGO DOPUNJENO I POPRAVLJENO UKUPNO IZDANJE

 SYMMETRY

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
2



Goran Kostić

STRANE IZ:

Metrološki priručnik

PRVO e-IZDANJE

DRUGO DOPUNJENO I POPRAVLJENO UKUPNO IZDANJE

Knjigu možete kupiti na www.symmetry.rs.

Leskovac, 2018.

SADRŽAJ

SADRŽAJ 5

- Skraćenice 12
- Slovni simboli 13
- Grčki alfabet 14

PREDGOVOR 15

UVOD 17

I DEO OSNOVE MERENJA 19

1 VELIČINE I MERNE JEDINICE 21

- 1.1 Merljiva veličina 21
- 1.2 Veličine iste vrste 21
- 1.3 Sistem veličina 22
- 1.4 Osnovna veličina 22
- 1.5 Izvedena veličina 23
- 1.6 Ordinalna veličina 23
- 1.7 Dimenzija veličine 24
- 1.8 Merna jedinica 25
- 1.9 Osnovna merna jedinica 25
- 1.10 Izvedena merna jedinica 25
- 1.11 Koherentna merna jedinica 26
- 1.12 Vrednost veličine 26
- 1.13 Brojčana vrednost veličine 27
- 1.14 Dogovorena vrednost veličine 27
- 1.15 Referentna vrednost 27
- 1.16 Jednačina veličina 28
- 1.17 Brojčana jednačina 28
- 1.18 Jednačina jedinica 28
- 1.19 Koeficijent konverzije jedinica 29
- 1.20 Sistem jedinica 30
- 1.21 Decimalne merne jedinice 31

- 1.22 Merna jedinica van sistema 32
- 1.23 Binarna merna jedinica 32
- 1.24 Izražavanje vrednosti veličine u SI 33
- 1.25 Konstanta 34

2 MERENJA 43

- 2.1 Merenje 43
- 2.2 Metrologija 43
- 2.3 Merena veličina 43
- 2.4 Princip merenja 44
- 2.5 Metoda merenja 44
- 2.6 Postupak merenja 44
- 2.7 Robustnost postupka 44
- 2.8 Standardni radni postupak 45
- 2.9 Standardni postupak merenja 45
- 2.10 Kvalifikacija i validacija 46
- 2.11 Validacija postupka merenja 46
- 2.12 Akreditacija 47
- 2.13 O planiranju eksperimenta 48
- 2.14 Matematički model 49
 - 2.14.1 Primeri 49
- 2.15 Simulacija 50

3 MERNE SPRAVE 51

- 3.1 Merna sprava 51
- 3.2 Materijalizovana mera 51
- 3.3 Granično merilo 52
- 3.4 Nazivna vrednost 52
- 3.5 Prikazivanje merne sprave 52
- 3.6 Interval prikazivanja 53
- 3.7 Merni interval 53
- 3.8 Funkcija odziva 53
- 3.9 Merni pretvarač 54
- 3.10 Senzor 54
- 3.11 Detektor 54
- 3.12 Merni signal 54
- 3.13 Rezolucija 55
- 3.14 Osetljivost 55
- 3.15 Vreme odziva 55
- 3.16 Prag detekcije 56
- 3.17 Prag kvantifikacije 56
- 3.18 Dinamički interval 56
- 3.19 Mrtav interval 57

- 3.20 Histerezis 57
- 3.21 Uticajna veličina 57
- 3.22 Stabilnost 58
- 3.23 Selektivnost 58
- 3.24 Transparentnost 58
- 3.25 Radni uslovi 59
- 3.26 Referentni radni uslovi 59
- 3.27 Granični uslovi 59
- 3.28 Baždarenje merne sprave 60
- 3.29 Greška prikazivanja merne sprave 60
- 3.30 Greška kontrolne tačke merne sprave 60
- 3.31 Greška nule merne sprave 60
- 3.32 Pomeranost merne sprave 61
- 3.33 Sopstvena greška merne sprave 61
- 3.34 Klasa tačnosti 61
 - 3.34.1 Primeri 61
- 3.35 Odobrenje tipa merne sprave 62
- 3.36 Overavanje merne sprave 62

4 REZULTATI MERENJA, TAČNOST I GREŠKE 63

- 4.1 Rezultat merenja 63
- 4.2 Tačnost 63
- 4.3 Apsolutna greška 64
- 4.4 Relativna greška 65
- 4.5 Slučajna greška 66
- 4.6 Sistematska greška 66
- 4.7 Kombinovana greška 67
 - 4.7.1 Primer 67
- 4.8 Granice greške 68
- 4.9 Gruba greška 68
- 4.10 Korekcija 69
- 4.11 Preciznost rezultata merenja 70
- 4.12 Ponovljivost rezultata merenja 70
- 4.13 Reproductivnost rezultata merenja 70
- 4.14 Zaokrugljivanje broja 71
- 4.15 Odsecanje cifara 72
- 4.16 Značajne cifre 72

5 ETALONI I ETALONIRANJA 73

- 5.1 Etalon 73
- 5.2 Referentni materijal 73
- 5.3 Primarni etalon 74
- 5.4 Sekundarni etalon 74

- 5.5 Transfer etalon 74
- 5.6 Referentni etalon 75
- 5.7 Radni etalon 75
- 5.8 Međunarodni etalon 75
- 5.9 Nacionalni etalon 75
- 5.10 Relativistički uticaji na vrednosti etalona 78
- 5.11 Etaloniranje 79
- 5.12 Izveštaj o etaloniranju 80

II DEO STATISTIČKA OBRADA REZULTATA MERENJA 81

6 OSNOVE STATISTIKE 83

- 6.1 O statističkim metodama 83
- 6.2 Statistička obrada rezultata ponovljenih merenja 85
- 6.3 Verovatnoća 86
- 6.4 Slučajno promenljiva 87
- 6.5 Zavisna promenljiva i nezavisna promenljiva 87
- 6.6 Korelisane promenljive 87
- 6.7 Uzorak 88
- 6.8 Najverovatnija vrednost 89
- 6.9 Dobra procena 89
- 6.10 Pomeranost procene 89
- 6.11 Raspodela promenljive 90
- 6.12 Normalna raspodela 91
- 6.13 Srednje vrednosti 93
- 6.14 Modus 95
- 6.15 Medijana 96
- 6.16 Aritmetička sredina 97
- 6.17 Eksperimentalna aritmetička sredina 99
- 6.18 Pokazatelji međusobnih odstupanja vrednosti 100
- 6.19 Prirodna devijacija 101
- 6.20 Eksperimentalna standardna devijacija 103
- 6.21 Devijacija aritmetičke sredine 105
- 6.22 Devijacija standardne devijacije aritmetičke sredine 106
- 6.23 Standardna devijacija na osnovu medijane, ranga i obima uzorka 108
- 6.24 Step en slobode 109
 - 6.24.1 Primeri 110
- 6.25 Efektivni step en slobode 111
 - 6.25.1 Primer 111

- 6.26 Stepen slobode na osnovu devijacije standardne devijacije aritmetičke sredine [112](#)
 - 6.26.1 Primer [112](#)
- 6.27 Nivo poverenja i interval poverenja [113](#)
 - 6.27.1 Primer [115](#)
- 6.28 Standardna devijacija i njen stepen slobode na osnovu nivoa i intervala poverenja i obima uzorka [115](#)
- 6.29 T-raspodela [117](#)
- 6.30 Ravnomerna raspodela [120](#)
- 6.31 Trougaona raspodela [122](#)
- 6.32 U-raspodela [124](#)
- 6.33 Lognormalna raspodela [126](#)
- 6.34 Hi-kvadrat raspodela [128](#)
- 6.35 F-raspodela [129](#)
- 6.36 Pokazatelj nesimetričnosti raspodele [130](#)
- 6.37 Pokazatelj šiljatosti raspodele [131](#)
- 6.38 Histogram [132](#)
 - 6.38.1 Primer [134](#)
- 6.39 Konvolucija [135](#)
- 6.40 Filtracija [137](#)
- 6.41 Operacije sa raspedelama i centralna granična teorema [138](#)
- 6.42 Simulacija Monte Karlo [140](#)
 - 6.42.1 Primer procenjivanja veličine i njenih statističkih parametara [144](#)
 - 6.42.2 Primer procenjivanja dužine mernog bloka i njenih statističkih parametara [148](#)

7 VARIJANSE [153](#)

- 7.1 Prirodna varijansa [153](#)
- 7.2 Eksperimentalna standardna varijansa [155](#)
- 7.3 Procene rezultata u grupama [157](#)
- 7.4 Eksperimentalna standardna kovarijansa [158](#)
 - 7.4.1 Primer računanja standardne kovarijanse [161](#)
 - 7.4.2 Primer računanja standardne kovarijanse sredina [162](#)
- 7.5 Standardni koeficijent korelacije [163](#)
- 7.6 Kombinovana varijansa [165](#)
 - 7.6.1 Primer kombinovane varijanse procene aktivne komponente električnog elementa i maksimalna moguća varijansa te varijanse [173](#)
 - 7.6.2 Primer kombinovane varijanse procene dužine mernog bloka i maksimalna moguća varijansa te varijanse [175](#)
 - 7.6.3 Primer kombinovane varijanse vrednosti pH [180](#)
 - 7.6.4 Primer kombinovane varijanse otpornosti rednih otpornika [181](#)

8 TESTOVI I USAGLAŠAVANJA FUNKCIJA 185

- 8.1 Otkrivanje grubih grešaka 185
 - 8.1.1 Primer 187
- 8.2 Usaglašavanje 188
- 8.3 Metoda najmanjih kvadrata 188
 - 8.3.1 Primer 191
- 8.4 P-vrednost 194
- 8.5 Test saglasnosti 195
- 8.6 Procenjivanje tipa i parametara raspodele 197
- 8.7 Pirsonov hi-kvadrat test saglasnosti raspodela 199
 - 8.7.1 Primer 203
- 8.8 Šapiro - Vilk test normalnosti populacije 205
 - 8.8.1 Primer 207
- 8.9 Test belog šuma 212
- 8.10 Analiza varijanse (ANOVA) 213
 - 8.10.1 Primer 215
- 8.11 Transformacija promenljive 217
 - 8.11.1 Primer 218

9 MERNI NESIGURNOST 219

- 9.1 Rezultat merenja i njegova merna nesigurnost 219
- 9.2 Standardna merna nesigurnost tipa A 221
- 9.3 Standardna merna nesigurnost tipa B 222
 - 9.3.1 Primer 223
 - 9.3.2 Primer 225
- 9.4 Kombinovana standardna merna nesigurnost 226
- 9.5 Proširena standardna merna nesigurnost 227
- 9.6 Relativne standardne merne nesigurnosti 228
- 9.7 Procene iz rezultata čija raspodela nije normalna 228
- 9.8 Izražavanje standardne merne nesigurnosti 230
- 9.9 Izražavanje standardne merne nesigurnosti nekorigovanog rezultata merenja 231
- 9.10 Izveštaj o rezultatu merenja 232
- 9.11 Postupak za procenjivanje rezultata merenja i podataka koji se daju uz rezultat 233
- 9.12 Primer etaloniranja termometra (iz [GUM] H.3) 234
 - 9.12.1 Metrološki problem 234
 - 9.12.2 Usaglašavanje metodom najmanjih kvadrata 234
 - 9.12.3 Standardna nesigurnost predviđenog sabirka korekcije 237
 - 9.12.4 Otklanjanje korelisanosti parametara preseka i strmine 238

- 9.13 Otpornost, reaktansa i impedansa, izračunate na osnovu istih komponentnih rezultata (iz [GUM] H.2) [239](#)
 - 9.13.1 Metrološki problem [239](#)
 - 9.13.2 Matematički model merenja [240](#)
 - 9.13.3 Krajnji rezultati i njihove standardne nesigurnosti, standardne kovarijanse i standardni koeficijenati korelacije - način a [240](#)
 - 9.13.4 Krajnji rezultati i njihove standardne nesigurnosti, standardne kovarijanse i standardni koeficijenati korelacije - način b [240](#)
- 9.14 Metrološka sledivost [245](#)
 - 9.14.1 Primer [246](#)

10 INDEKS POJMOVA I MALI METROLOŠKI REČNIK [247](#)

- 10.1 Indeks pojmova i srpsko-engleski metrološki rečnik [247](#)
- 10.2 Indeks pojmova i englesko-srpski metrološki rečnik [267](#)

REFERENCE [287](#)

OPIS IZMENA 1. IZDANJA ZA 2. IZDANJE [293](#)

Predgovor

Od pogona do fundamentalnih nauka, traži se statistička obrada rezultata merenja. Svrha te obrade je da se na osnovu rezultata ponovljenih merenja odredi vrednost merene veličine kao i tačnost te određene vrednosti. Traži se da tačnost bude opisana standardnom mernom nesigurnošću kako bi se omogućila sledivost i obezbedilo izračunavanje nivoa poverenja i intervala poverenja.

Sušтина merenja je ista u svim oblastima. Svrha ove publikacije je da bude priručnik ljudima koji se bave merenjima za različite potrebe, od proizvodnje do istraživanja, od fizike i hemije do biologije i medicine. Publikacija je namenjena i studentima i đacima.

Pred Vama je priručnik u kome su jezgrovito, ali sveobuhvatno, opisane teme koje su neizostavne kod svih merenja. Priručnik čini približno minimalan i dovoljan skup koncepata i metoda potrebnih da se izračuna rezultat merenja i njegova merna nesigurnost. Tekst je u obliku koji omogućava neposrednu primenu u računarskim programima ili ručnim izračunavanjima.

Način izlaganja je enciklopedijski. Međutim, redosled izlaganja omogućava čitanje teksta kao knjige ili udžbenika. Čini se da je forma enciklopedije pogodna za stručne napise jer olakšava sagledavanje veza između koncepata koje su suština svakog uređenog znanja.

Veći deo ovog teksta je sinteza međunarodnih preporuka, naših propisa, stručnih napisa i enciklopedijskih tekstova. Reference su date u uglastim zagradama.

Posebna pažnja je posvećena definicijama termina i njihovom doslednom korišćenju. Većina termina je u skladu sa drugim i trećim izdanjem publikacije koju je izdao JCGM: Međunarodni rečnik osnovnih i opštih termina u metrologiji (videti [VIM]). Drugo izdanje ovog rečnika je prevedeno na srpski jezik i takođe je korišćeno (videti [Rečnik]). Od odrednica ovih rečnika se odstupalo kada se smatralo da ne odgovaraju onome što treba da izraze ili da postoje znatno bolji domaći termini. Sva odstupanja od rečnika su naznačena uz reference.

Drugi deo Priručnika, posvećen statističkoj obradi rezultata merenja, je osnova za izračunavanje standardne merne nesigurnosti. Namenjen je svima koji se bave obradom rezultata merenja, odnosno rezultata eksperimenata ili posmatranja.

Glava o standardnoj mernoj nesigurnosti je u skladu sa uputstvom koje je izdao JCGM: Uputstvo za izražavanje merne nesigurnosti (videti [GUM]). Međutim, za razliku od tog Uputstva, ovo izlaganje se sa dobrim razlozima zasniva na klasičnim konceptima grešaka.

Nivo i interval poverenja rezultata merenja se mogu smatrati svrhom svih određivanja grešaka merenja. Tačnu procenu nivoa i intervala poverenja omogućava standardna merna nesigurnost sledive vrednosti. Ovde je sledivost opisana u kratkom, ali potpunom tekstu, na kraju poglavlja o mernoj nesigurnosti.

Pred kraj predgovora naglasimo sledeće stavove iznete u [GUM]. Izračunavanje merne nesigurnosti nije rutinski, niti čisto matematički posao. Ono zavisi od detaljnog poznavanja prirode merene veličine i samog merenja. Tačnost i upotrebljivost navedene merne nesigurnosti pretežno zavise od onog ko mernu nesigurnost određuje, od njegovog razumevanja, kritičke analize, intelektualnog poštenja i veštine u struci.

Sve jednačine u Priručniku su za koherentne jedinice.

Engleski metrološki termini, kao i skraćenice i zapisi imena, dati su na kraju Priručnika u malom srpsko-engleskom i englesko-srpskom rečniku.

U Priručniku se koriste sledeća obeležavanja.

- Podebljanim slovima su napisani termini na mestu gde se definišu.
- Uz te termine su u zagradama dati skraćeni termini koji se mogu koristiti kada to ne dovodi do nejasnoća.
- Podvlačenjem reči je naznačeno da u ovom Priručniku postoje detaljnija objašnjenja pojma koji podvučena reč označava.
- Jednačine, tabele i slike su obeležene brojem glave, zatim tačkom, pa njihovim rednim brojem u glavi.
- Tekst na koji treba obratiti posebnu pažnju je plav.

Na pomoći u izradi Priručnika zahvaljujem inženjeru Siniši Hristovu, profesoru dr Gligoriju Peroviću, profesoru dr Dragiću Bankoviću, profesorki dr Vesni Jevremović i dr Emini Krčmar. Na primedbama koje su tekst učinile boljim zahvalan sam, dugogodišnjem kolegi, inženjeru Zlatku Sudaru. Na poverenju i materijalnoj pomoći zahvaljujem Ljiljani D. Kostić.

Profesorki Ljiljani Sudar i profesoru dr Živomiru Petronijeviću zahvaljujem na uloženom trudu i korisnim primedbama prvih, probnih, čitalaca.

Ovaj Priručnik je izrađen u okviru razvoja merno-regulacione opreme u laboratoriji za razvoj elektronskih proizvoda, Symmetry iz Leskovaca.

Ovo je drugo dopunjeno i popravljeno izdanje Priručnika, priređeno posle značajnog interesovanja za prvo izdanje.

Molim da primedbe šaljete e-poštom na symmetry@ptt.rs.

U Leskovcu, 17. 1. 2018.

Goran Kostić

Uvod

Merenja su od suštinskog značaja za delatnosti ljudi - od trgovine do fundamentalnih nauka.

Međunarodna trgovina je bila jedan od važnih razloga za osnivanje Međunarodnog biroa za tegove i mere. Biro doprinosi smanjenju tehničkih prepreka u trgovini, obezbeđujući da se merenja i testiranja, obavljena u različitim zemljama, smatraju ekvivalentnim.

Nauka uobličava svoje teorije na osnovu rezultata merenja koji su za nju činjenice o materijalnom svetu, istinite u granicama grešaka merenja.

U davnim raspravama evropskih naučnika o potrebi za novim objedinjenim sistemom merenja, začet je Međunarodni sistem jedinica. Još 1670. godine Gabriel Mutton, sveštenik iz Liona, je dao prvi predlog sistema jedinica koji je bio objedinjen, decimalni i zasnovan na metru (metrički). Taj sistem je zamenio nacionalne i regionalne varijante koje su otežavale korišćenje razmenjenih naučnih podataka. Prvi metrički sistem je ustanovljen u Francuskoj 1799. kao značajni plod Francuske revolucije. Sadašnja varijanta Međunarodnog sistema jedinica (SI) je upotpunjena 1971. na četrnaestoj Generalnoj konferenciji za tegove i mere. Svet je postao metrički početkom 1993. kada je i u američkim vladinim institucijama SI postao osnovni.

Međunarodni biro za tegove i mere je stvoren potpisivanjem diplomatskog Ugovora o metru, u Parizu 20. maja 1875. godine. Ugovor je ostao osnova međunarodnog sporazuma o mernim jedinicama posle revizije 1921. godine. Prvi potpisnici Ugovora su bili predstavnici 17 država, a do 1. januara 2018. godine, Ugovoru je pristupilo 58 država članica, a Generalnoj konferenciji za tegove i mere 41 pridružena članica. Sedište Biroa je od njegovog osnivanja u Sevru kod Pariza.

Svrha Biroa je da osigura svetsku osnovu objedinjenog sistema merenja koja omogućavaju sledivost do Međunarodnog sistema jedinica. Zato se Biro bavi čuvanjem međunarodnih etalona, poređenjem nacionalnih i međunarodnih etalona i obavljanjem i organizovanjem merenja osnovnih univerzalnih konstanti potrebnih za delatnosti Biroa.

Međunarodni sistem jedinica usklađenim i potpunim obuhvatanjem svih oblasti, izvanredno je oruđe moderne nauke i prakse koje su ga i stvorile.

[BIPM] [SI] 1.8, PP 95 [Britannica] [NIST]

1 Veličine i merne jedinice

1.1 Merljiva veličina

Merljiva veličina (veličina) je svojstvo tela, supstance ili pojave, koje može da se kvalitativno razlikuje i kvantitativno odredi.

Veličina nije telo, supstanca ili pojava.

Veličina je nezavisna od merenja i sistema veličina.

Termin „veličina“ u praksi označava veličinu u opštem smislu (dužina, vreme, masa, temperatura...) ili vrednost pojedinačne veličine (dužina određene šipke, električna otpornost određene žice, broj jedinki...).

[Rečnik] 1.1 [VIM] 1.1 [Sonin] 2.3

1.2 Veličine iste vrste

Veličine iste vrste (ili **veličine iste prirode**) su veličine čije vrednosti mogu da se sabiraju ili oduzimaju, a da to ima fizičku predstavu.

Primeri. Fizičku predstavu ima sabiranje vrednosti svih oblika energije, na primer, količine toplote, kinetičke energije i potencijalne energije. Zato su svi oblici energije, veličine iste vrste. Veličina energije i veličina momenta sile imaju istu dimenziju ali sabiranje ili oduzimanje njihovih vrednosti nema fizičku predstavu, pa te veličine nisu iste vrste.

U istom sistemu veličina:

- veličine iste vrste imaju istu dimenziju
- veličine istih dimenzija nisu neizostavno iste vrste
- veličine različitih dimenzija su uvek različite vrste.

Veličine iste vrste se grupišu u **kategorije veličina**. Primeri kategorija veličina:

- debljina, obim, talasna dužina
- količina toplote, rad, energija.

[Quinn] [Rečnik] 1.1 napomene [VIM] 1.2, 1.7

Tabela 1.2 Koherentne izvedene jedinice SI sa posebnim nazivima i oznakama

[SI] 2.2.2 [SI Supplement] [Uredba] Prilog 2.2.1.

Izvedena veličina SI	Posebni naziv jedinice SI	Posebna oznaka jedinice SI	Izraženo drugim jedinicama SI	Izraženo osnovnim jedinicama SI
ugao u ravni	radijan	rad		$m \cdot m^{-1} = 1$
prostorni ugao	steradian	sr		$m^2 \cdot m^{-2} = 1$
frekvencija	herc	Hz		s^{-1}
sila	njutn	N		$kg \cdot m \cdot s^{-2}$
pritisak, naprezanje, mehanički napon	paskal	Pa	N / m^2	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
energija, rad, količina toplote	džul	J	$N \cdot m = W \cdot s$	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
snaga, fluks zračenja	vat	W	J / s	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
naelektrisanje, količina elektriciteta	kulon	C	$F \cdot V$	$A \cdot s$
električni potencijal, razlika električnih potencijala, električni napon, elektromotorna sila	volt	V	W / A	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
električna otpornost	om	Ω	V / A	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
električna provodnost	simens	S	A / V	$kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^3 \cdot A^2$
električna kapacitivnost	farad	F	C / V	$kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^4 \cdot A^2$
električna induktivnost	henri	H	Wb / A	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
magnetski fluks	veber	Wb	$V \cdot s = T \cdot m^2$	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
gustina magnetskog fluksa (ili magnetska indukcija)	tesla	T	$Wb / m^2 = N / (A \cdot m)$	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Celzijusova temperatura	stepen Celzijusa	$^{\circ}C$ ⁶⁾	⁶⁾	K ⁶⁾
svetlosni fluks	lumen	lm	$cd \cdot sr$	$m^2 \cdot m^{-2} \cdot cd = cd$
osvetljenost	luks	lx	lm / m^2	$m^{-2} \cdot cd$
aktivnost radioaktivnog izvora	bekerelel	Bq		s^{-1}
apsorbovana doza jonizujućeg zračenja, specifična predata energija, kerma	grej	Gy	J / kg	$m^2 \cdot s^{-2}$
ekvivalentna doza jonizujućeg zračenja	sivert	Sv	J / kg	$m^2 \cdot s^{-2}$
katalitička aktivnost	katal	kat		$mol \cdot s^{-1}$

⁶⁾ Jedinice $^{\circ}C$ i K su jednake po veličini. Brojčana vrednost Celzijusove temperature i brojčana vrednost termodinamičke temperature u kelvinima, su u odnosu datom obrascem: $t [^{\circ}C] = T [K] - 273,15$. [SI] 2.1.1.5 [Uredba] Prilog 2.1.1.

2 Merenja

2.1 Merenje

Merenje je određivanje vrednosti veličine njenim poređenjem sa poznatom veličinom.

Vrednost veličine može da bude određena sa vrlo velikom tačnošću izuzev savršene.

Za merenje su neophodni: specifikacija merene veličine, opis postupka merenja i merna sprava.

Svojstva koja nemaju vrednost se ne mere. Na primer, ne mere se: pol čoveka, ISO dvoslovni kod države, niz amino kiselina u polipeptidu...

[Sonin] 2.3 [GUM] 3.1.1 [Rečnik] 2.1 [VIM] 2.1, 1.30 *Examples*

2.2 Metrologija

Metrologija je nauka o merenjima.

Metrologija obuhvata sve teorijske i praktične probleme merenja, bez obzira na tačnost merenja i bez obzira na oblast u kojoj se merenja koriste.

Zakonska metrologija je deo metrologije u vezi sa merenjima propisanim zakonima.

Svrha zakonske metrologije je da bude garant javnosti za tačnost merenja namenjenih: ● prometu roba i usluga, ● zaštiti zdravlja ljudi i životinja, ● opštoj bezbednosti, ● zaštiti životne sredine i prirodnih resursa, i ● kontroli i bezbednosti saobraćaja.

[Rečnik] 2.2 [VIM] 2.2 [Zakon] Član 5, Član 19

2.3 Merena veličina

Merena veličina je pojedinačna veličina koja se meri.

Zahtevana tačnost merenja određuje koliko detaljno treba da bude data **specifikacija merene veličine**. Na primer, pri merenju metalne šipke, sa zahtevanom relativnom greškom oko $5 \cdot 10^{-6}$, specifikacija merene veličine sadrži temperaturu i pritisak ambijenta u kome je šipka.

3 Merne sprave

3.1 Merna sprava

Merna sprava je sprava namenjena za merenje, sama ili u sklopu sa drugim spravama. Merna sprava može da bude uređaj, materijal ili supstanca.

Merne sprave svrstane prema približno rastućoj složenosti su: deo, merni pretvarač, referentni materijal, merač, materijalizovana mera, merni instrument, aparat, oprema, merni lanac, merni sistem i merno postrojenje.

Merna sprava se periodično proverava, ili kvalifikuje, od strane korisnika ili priznate laboratorije. Proverama se utvrđuje da li je u radnim uslovima tačnost merne sprave unutar datog intervala i da li će u buduće biti unutar tog intervala.

Merač (ili **merilo**) je merna sprava koja obezbeđuje prikazivanje.

[Rečnik] 4 uvod, tamo je drugačije definisan termin „merilo“

3.2 Materijalizovana mera

Materijalizovana mera (mera) je merna sprava namenjena da ostvaruje, ili reprodukuje, jednu ili više poznatih vrednosti veličine.

Primeri: teg, merilo zapremine, etalonski električni otpornik, merni blok, etalonski signal generator, referentni materijal.

Prikazivanje materijalizovane mere je vrednost koja joj je pripisana.

Greška materijalizovane mere je greška njenog prikazivanja.

[Rečnik] 4.2, 3.2 Napomena 3, 5.20 Napomena 3, [VIM] 3.6, 4.1

4 Rezultati merenja, tačnost i greške

4.1 Rezultat merenja

Rezultat merenja (krajnji rezultat merenja, ili izmerena vrednost, ili procenjena vrednost) je vrednost pripisana merenoj veličini na osnovu jednog ili više rezultata merenja.

Rezultat merenja se dobija na način naveden u opisu postupka merenja:

- uzimanjem **rezultata pojedinačnog merenja**, • izračunavanjem aritmetičke sredine rezultata ponovljenih merenja, • uzimanjem vrednosti koja se najčešće pojavljuje u nizu rezultata ponovljenih merenja (tj. uzimanjem modusa), • izračunavanjem na osnovu funkcijske veze između merene veličine i **komponentnih vrednosti** (ili **komponentnih rezultata**, ili **komponentnih promenljivih**, ili **komponentnih veličina**, ili **ulaznih veličina**, ili **komponenti**) od kojih merena veličina zavisi...

Niz rezultata ponovljenih merenja fizičke, ili hemijske veličine, se predstavljaju slučajno promenljivom koja se opisuje statističkim parametrima.

Uobičajeno se uz potpun rezultat merenja daju podaci o njegovoj tačnosti.

[Rečnik] 3.1 [GUM] [VIM] 2.9

4.2 Tačnost

Tačnost vrednosti je kvalitativni pojam koji znači bliskost vrednosti i referentne vrednosti.

Tačnost rezultata merenja (tačnost) je kvalitativni pojam koji znači bliskost rezultata merenja i vrednosti merene veličine.

Tačnost rezultata merenja se određuje na način naveden u opisu postupka merenja.

Tačnost rezultata merenja zavisi od grešaka koje se svrstavaju u dve grupe. Prvu grupu, slučajne greške, čiji uticaj na krajnji rezultat merenja može da se smanji povećavanjem broja ponovljenih merenja i zatim izračunavanjem aritmetičke sredine niza rezultata. I drugu grupu, sistematske greške, čiji uticaj na krajnji rezultat merenja može da se smanji određenom korekcijom.

5 Etaloni i etaloniranja

5.1 Etalon

Etalon je merna sprava kojom se ostvaruje, reprodukuje, ili određuje, vrednost veličine da bi se koristila kao osnova za merenja.

Primeri: etalon mase od 1 kg; etalonski otpornik od 100 Ω ; etalonski ampermetar; cezijumski etalon frekvencije; referentna vodonična elektroda; referentni rastvor kortizola u ljudskom serumu specifikovane koncentracije.

Intrinsički etalon je zasnovan na suštinskoj i reproduktivnoj pojavi u prirodi. Primeri: ćelija sa trojnom tačkom vode kao etalon temperature; etalon električnog napona sa Džozefsonovim spojevima; etalon električne otpornosti zasnovan na kvantnoj Holovoj pojavi.

Kolektivni etalon je skup etalona koji, korišćeni u kombinacijama, čine etalon.

Grupni etalon je skup etalona koji, korišćeni pojedinačno ili u kombinacijama, obezbeđuju niz vrednosti veličina iste vrste.

[Rečnik] 6.1 [VIM] 5.1 tu se traži poznata merna nesigurnost, 5.10

5.2 Referentni materijal

Referentni materijal, RM, je materijal koji ima homogena, stabilna i tačno određena svojstva koja se koriste kao osnova za merenja.

Referentni materijali mogu biti čisti, ili pomešani: gasovi, tečnosti ili čvrsta tela. Primeri: rastvor za etaloniranje mernih instrumenata za hemijske analize; kolor karta; riblje tkivo tačno određenog sadržaja dioksina.

Overen referentni materijal, ORM (ili CRM), je referentni materijal praćen uverenjem u kome se specifikuju vrednosti njegovih svojstava i sledive standardne merne nesigurnosti tih vrednosti.

Primer. Ljudski serum sa uverenjem u kome je specifikovana koncentracija holesterola i njena slediva standardna merna nesigurnost.

[NIST] [Rečnik] 6.13, 6.14 [VIM] 5.13, 5.14

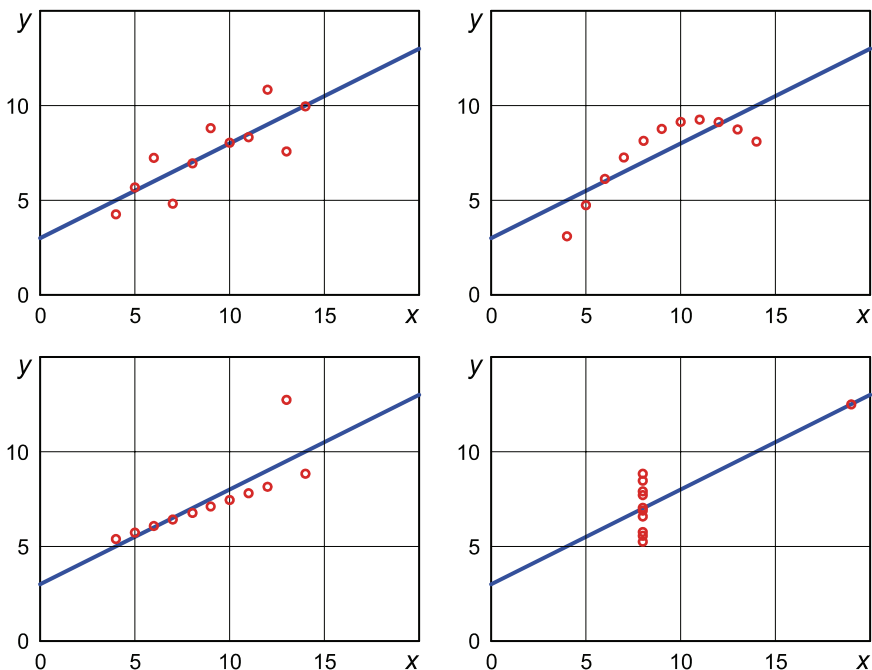
6 Osnove statistike

6.1 O statističkim metodama

Statističke metode se koriste da se za grupu **elemenata** odredi reprezentativna vrednost ispitivanog svojstva. Elementi u grupi mogu da imaju značajno različite vrednosti ispitivanog svojstva.

Populacija je grupa svih elemenata za koje se statističkom metodom određuje reprezentativna vrednost svojstva. Populacija ima konačan ili beskonačan broj elemenata.

Procena (ili **ocena**, ili „**statistika**“) je vrednost **procenjena** statističkom metodom.



Slika 6.1. Primer četiri uzorka vrednosti koji imaju: jednake aritmetičke sredine promenljivih x i y , jednake devijacije x , istu linearnu regresionu funkciju dobijenu metodom najmanjih kvadrata... [Anscombe]

Ispitivano svojstvo populacije se statističkim metodama određuje najčešće na osnovu uzorka populacije koji je verno predstavlja. Uzorak verno predstavlja populaciju kada je broj njegovih elemenata dovoljno veliki i kada su njegovi elementi slučajno izabrani iz populacije.

Da zaključci izvedeni za uzorak, sa izvesnom verovatnoćom važe i za populaciju, dokazuje se testovima saglasnosti.

Da bi smanjili mogućnost greške pri statističkoj obradi podataka, treba neizostavno razmotriti grafički prikaz podataka. Grafički prikaz daje uvid u kvalitativna svojstva podataka. Dijagrami na slici 6.1 ilustruju opravdanost grafičkog prikazivanja i vizuelnog pregleda.

Svojstvo populacije određeno statističkom metodom je svojstvo velikog broja elemenata te populacije. Na osnovu statističke procene se može odrediti samo verovatnoća da pojedinačni element populacije ima određeno svojstvo.

Statistika je subjektivna; statističari pokušavaju da objasne ili predvide materijalni svet proizvoljnim, ali razumnim načinom, korišćenjem teorije verovatnoće, matematike i zdravog razuma.

Za razliku od statistike, teorija verovatnoće za potpuno definisan problem daje jedinstveno i ponovljivo rešenje. **Teorija verovatnoće** je algebra induktivnog zaključivanja. (Bulova algebra je algebra deduktivnog zaključivanja.)

Statističke metode su među najrasprostranjenijim kvantitativnim metodama, sa važnim primenama u skoro svim delatnostima čoveka.

[Njegić] 1.1., 1.2. [Ivković] II.1 [Britannica] *Probability theory* [Drake] 7-1, 7-6 [Lazić] I, 1.2 [Anscombe]

6.38 Histogram

Uzorak vrednosti se može razvrstati u nepreklapajuće podintervale jednakih širina (ili **klase**), a **histogram** je grafički prikaz broja vrednosti po tim podintervalima.

Histogram se izrađuje na sledeći način. Prvo se deo horizontalne ose na kojoj su vrednosti iz uzorka, podeli na nepreklapajuće podintervale jednakih širina, videti sliku 6.14 b). Zatim se crtaju pravougaonici čije se osnove poklapaju sa podintervalima na horizontalnoj osi i čije su visine proporcionalne broju vrednosti iz podintervala njihove osnove.

Na izgled histograma značajno utiče širina podintervala, kao i položaj podintervala duž ose. Granice podintervala se mogu odrediti prema naredne dve preporuke.

a) Ako se izrađuje histogram za uzorak sa malim brojem mogućih diskretnih vrednosti, podintervale treba izabrati tako da svakoj diskretnoj vrednosti odgovara po jedan podinterval. Ovo je slučaj u primeru 6.38.1, u kome 8033 diskretnih rezultata merenja imaju jednu od 16 mogućih diskretnih vrednosti, od kojih se samo 5 vrednosti relativno često ponavlja. Histogrami kao u ovom primeru su osnova za pouzdane procene.

b) Ako se izrađuje histogram za uzorak sa velikim brojem mogućih vrednosti, širina i položaji podintervala se mogu odrediti prema sledećem.

Ako n vrednosti u uzorku imaju normalnu raspodelu, i n je veći od oko 25, optimalnu širinu podintervala, \hat{s} , daje obrazac (6.116) sa parametrom $K = 3,5$. Sa s je označena standardna devijacija vrednosti u uzorku. Ovaj obrazac je izveden iz uslova minimalnog integrala srednjeg kvadrata greške (IMSE).

$$\hat{s} = K \cdot \frac{s}{\sqrt[3]{n}} \quad (6.116)$$

Ako vrednosti u uzorku nisu sa normalnom raspodelom, a n je veći od oko 25, na osnovu iskustva se može takođe preporučiti korišćenje (6.116) sa $K = 2$.

U slučaju uzorka sa diskretnim vrednostima neizostavno zaokrugliti širine podintervala tako da svaki podinterval obuhvata jednak broj mogućih vrednosti (tj. širine podintervala zaokrugliti na celobrojni umnožak rezolucije).

Položaje podintervala treba birati tako da što više vrednosti bude oko sredine podintervala.

U histograme opisane pod b) spada slučaj u primeru 6.38.2, u kome 78 diskretnih rezultata merenja imaju jednu od 30 mogućih vrednosti. Ovaj primer pokazuje kako širine podintervala menjaju izgled histograma.

U većini statističkih računarskih programa predzadata širina i položaj podintervala nisu optimalni.

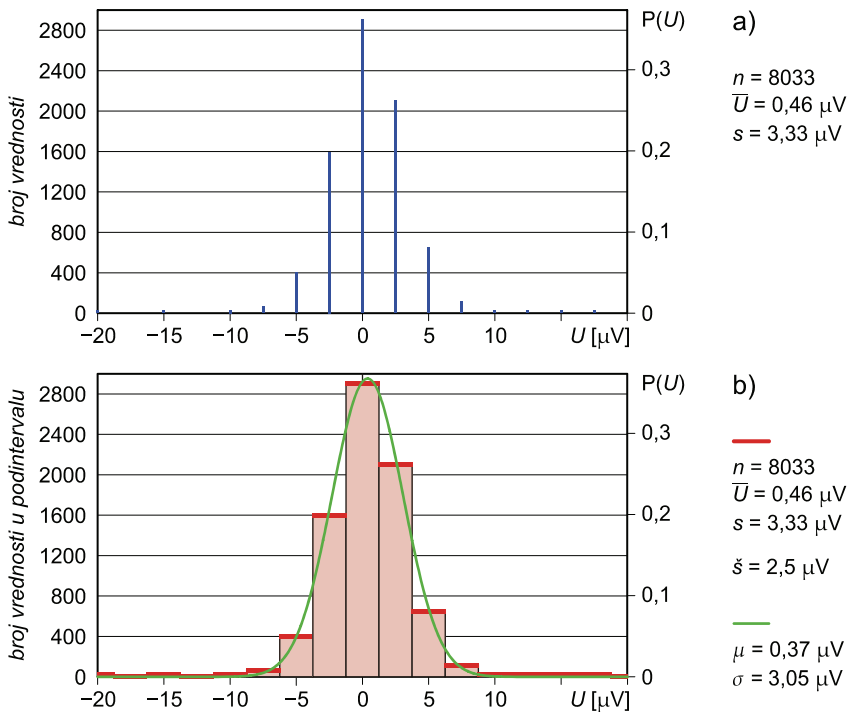
Visina pravougaonika histograma je proporcionalna verovatnoći pojavljivanja vrednosti u podintervalu osnove tog pravougaonika, pa je **histogram varijanta funkcije gustine verovatnoće**.

Vizuelnim pregledom dobro izrađenog histograma se mogu proceniti sledeća svojstva raspodele: tip; modus; postojanje grubih grešaka; međusobna odstupanja vrednosti; postojanje više maksimuma; simetričnost; i šiljatost. Nedostatak procene na osnovu histograma je subjektivnost.

Približnu aritmetičku sredinu n vrednosti prikazanih histogramom, \bar{x} , daje obrazac (6.117) izveden iz (6.19). Sa b_i je označen broj vrednosti u podintervalu sa sredinom x_i .

$$\bar{x} \approx \frac{1}{n} \cdot (b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_n \cdot x_n) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i \quad (6.117)$$

[Britannica] *Statistics* [Perović, komunikacija] [Scott] [Hristov, komunikacija]



Slika 6.14. a) Prikaz uzorka sa diskretnim vrednostima i b) histogram za taj uzorak sa dodatim dijagramom sa njim usaglašene normalne raspodele sa parametrima μ i σ .

7 Varijanse

7.1 Prirodna varijansa

Prirodna varijansa (varijansa, ili prirodna disperzija) \dot{V} , grupe sa m vrednosti x_i ($i = 1, 2, \dots, m$), je aritmetička sredina kvadrata odstupanja tih vrednosti od tačne aritmetičke sredine tih vrednosti, \dot{x} :

$$\dot{V} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \dot{x})^2}{m}. \quad (7.1)$$

Varijansa \dot{V} , grupe sa m vrednosti x_i , se računa i preko kvadrata odstupanja tih vrednosti iz parova dobijenih kombinacijama (bez ponavljanja) druge klase od m elemenata:

$$\dot{V} = \frac{\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m (x_i - x_j)^2}{m^2}. \quad (7.2)$$

Varijansa populacije (očekivana varijansa, ili očekivana disperzija), σ^2 , svih m vrednosti u populaciji, x_i ($i = 1, 2, \dots, m$), se računa korišćenjem (7.1) tako što se za tačnu aritmetičku sredinu, \dot{x} , uzima tačna aritmetička sredina populacije, μ :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \mu)^2}{m}. \quad (7.3)$$

Varijansa \dot{V}_m , vrednosti x_i koje pristižu stalno, računa se rekursivnim postupkom korišćenjem (7.4) i (7.5). Ovo računanje ne zahteva memorisanje svih m pristiglih vrednosti, nego samo poslednje x_m , i prethodno izračunate aritmetičke sredine \dot{x}_{m-1} i varijanse \dot{V}_{m-1} .

$$\dot{x}_m = \frac{(m-1) \cdot \dot{x}_{m-1} + x_m}{m}. \quad (7.4)$$

$$\dot{V}_m = \frac{m-1}{m} \cdot \dot{V}_{m-1} + \frac{m-1}{m^2} \cdot (x_m - \dot{x}_{m-1})^2 \quad (7.5)$$

Računanje korišćenjem (7.5) u praksi daje tačnije rezultate nego (7.1).

Korišćenje (7.5) je posebno pogodno u sledećim slučajevima: • kada stalno pristižu vrednosti za koje se računa varijansa; • kada je mala relativna devijacija vrednosti; • ako treba određivati varijansu u toku nekog procesa (na primer u toku simulacije Monte Karlo da bi se zaustavilo izračunavanje kada varijansa rezultata simulacije postane dovoljno mala).

Stepen slobode varijanse je jednak broju vrednosti za koje se daje varijansa: $\nu = m$.

Varijansa je pokazatelj međusobnih odstupanja vrednosti u grupi. Izražava se u jedinicama koje su kvadrat jedinica tih vrednosti.

Varijansa važi za vrednosti sa bilo kojom raspodelom. Videti primer 6.42.2.

Varijansa grupe vrednosti je jednaka kvadratu devijacije te grupe vrednosti.

Svojstva varijanse \dot{V} , su navedena u sledećem tekstu. Promenljive su označene sa x i y , konstante sa C i D , funkcija data sa (7.1) sa $\dot{V}(a)$, a sa $V(x, y)$ standardna kovarijansa x i y data sa (7.21).

$$\bullet \dot{V} \geq 0. \quad (7.6)$$

$$\bullet \dot{V}(C) = 0. \quad (7.7)$$

$$\bullet \dot{V}(C + x) = \dot{V}(x). \quad (7.8)$$

$$\bullet \dot{V}(C \cdot x) = C^2 \cdot \dot{V}(x). \quad (7.9)$$

• Ako su x i y nekorelisane:

$$\dot{V}(C \cdot x + D \cdot y) = C^2 \cdot \dot{V}(x) + D^2 \cdot \dot{V}(y). \quad (7.10)$$

• Ako su x i y korelisane:

$$\dot{V}(C \cdot x + D \cdot y) = C^2 \cdot \dot{V}(x) + D^2 \cdot \dot{V}(y) + 2 \cdot C \cdot D \cdot V(x, y). \quad (7.11)$$

• Ako su x i y nekorelisane:

$$\dot{V}(x \cdot y) \approx y^2 \cdot \dot{V}(x) + x^2 \cdot \dot{V}(y). \quad (7.12)$$

[GUM] C.2.20, C.3.2, C.2.12 [Box 2005] str. 27 [Hristov, komunikacija] [Welford] [Ivković] str. 45

8 Testovi i usaglašavanja funkcija

8.1 Otkrivanje grubih grešaka

Rezultati statističke obrade su valjani samo ako među obrađivanim vrednostima nema grubih grešaka. Zato, kada postoji značajna mogućnost pojavljivanja grubih grešaka, njihovo otkrivanje i odbacivanje treba da bude obavezan deo statističke obrade.

Dobra praksa je da se smatraju grubim greškama, i odbacuju, vrednosti koje odstupaju od aritmetičke sredine uzorka, \bar{x} , više od trostruke standardne devijacije uzorka, s .

Po toj praksi otkrivanje grubih grešaka treba sprovesti tako što se prvo odbace vrednosti za koje se pretpostavlja da su grube greške. Zatim se računaju sredina \bar{x} i standardna devijacija s . Na kraju se utvrđuje da li su pretpostavljene grube greške van intervala $\bar{x} \pm 3 \cdot s$, ako jesu, pretpostavka je potvrđena, pa se \bar{x} i s mogu smatrati valjanim. Ako među pretpostavljenim grubim greškama ima nekih koje nisu van intervala, treba ponoviti postupak bez njihovog odbacivanja. U slučaju vrednosti sa normalnom raspodelom, ovakvu praksu opravdava činjenica da je verovatnoća da valjana vrednost bude van $\bar{x} \pm 3 \cdot s$, jednaka 0,27 %. • U slučaju 30 vrednosti sa T-raspodelom, takva verovatnoća je 0,55 %; • 10 vrednosti, 1,5 %; • 5 vrednosti, 4,0 %.

Ako prethodni način utvrđivanja grubih grešaka nije dovoljno pouzdan, za uzorak iz populacije sa normalnom raspodelom se preporučuje naredni test. Ovim testom se utvrdi, sa traženom verovatnoćom, da li je gruba greška vrednost sa najvećim odstupanjem od aritmetičke sredine. Test se obavlja u sledećim koracima.

1) Proveriti da li je uzorak iz populacije sa normalnom raspodelom. Provera se može obaviti korišćenjem uputstva u 8.6 Procenjivanje tipa i parametara raspodele. Ako je uzorak iz normalne populacije, ovaj test se može primeniti.

2) Neka je n broj vrednosti u uzorku, uključujući i testiranu ekstremnu vrednost (tj. vrednost sa najvećim odstupanjem). Neka je P tražena verovatnoća rezultata testa. Odrediti koeficijent obuhvata $k(\nu, P)$ za T-raspodelu sa parametrima: stepenom slobode, ν , i verovatnoćom P . Ovaj koeficijent se može odrediti iz tabele 6.3. Parametar ν je dat sa (8.1), a za $\nu > 100$, se može uzeti da je $\nu = \infty$.

3) Odrediti tačnost nejednačine (8.2). Sa $x_{ekstrem}$ je označena ekstremna vrednost. Aritmetička sredina uzorka iz koga je odbačena ekstremna vrednost je \bar{x}' , a standardna devijacija te sredine je $s_{\bar{x}'}$. Ako je nejednačina tačna, sa verovatnoćom P , ili većom, $x_{ekstrem}$ je gruba greška.

$$\nu = n - 2 \tag{8.1}$$

$$|x_{ekstrem} - \bar{x}'| > k(\nu, P) \cdot s_{\bar{x}'} \tag{8.2}$$

4) Ekstremna vrednost se odbacuje ako se utvrdi da je gruba greška. Zatim se test ponavlja za sledeću ekstremnu vrednost, i tako sve dok se ne dođe do vrednosti koja nije gruba greška.

9 Merna nesigurnost

9.1 Rezultat merenja i njegova merna nesigurnost

Merna nesigurnost (nesigurnost) je parametar rezultata merenja koji opisuje njegovu tačnost pokazateljem međusobnih odstupanja vrednosti koje se opravdano mogu uzeti za rezultat tog merenja.

Iz rezultata merenja se mogu izračunati nivo i interval poverenja, ako je taj rezultat dobra procena vrednosti merene veličine i ako je tom rezultatu pridružena merna nesigurnost koja je standardna devijacija te dobre procene i takođe, stepen slobode te devijacije.

Dobra procena vrednosti merene veličine, merna nesigurnost te procene, i stepen slobode te nesigurnosti, mogu se koristiti kao komponentne vrednosti za procenjivanje druge vrednosti, za koju takođe može da se proceni merna nesigurnost i stepen slobode te nesigurnosti, a to omogućava sledivost.

Zbog ujednačavanja obrade rezultata merenja i izražavanja merne nesigurnosti, ISO je 1993. objavio prvo izdanje **Uputstva za izražavanje nesigurnosti merenja, GUM**. Uputstvo je primenljivo pri različitim nivoima tačnosti, od pogona do fundamentalnih nauka. Osnova Uputstva je međunarodno prihvaćena Preporuka CIPM (iz 1981.) kojom se usvaja Preporuka Radne grupe BIPM za izražavanje merne nesigurnosti (iz 1980.). Sada je izdavanje i revidiranje tog Uputstva u nadležnosti JCGM. Članice JCGM su: BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP i OIML.

Primena merne nesigurnosti i sledivost su obavezne za akreditovane laboratorije, kao i za organizacije koje imaju sistem upravljanja kvalitetom prema ISO 9001:2008.

Sažet pregled postupaka, datih u GUM, za procenjivanja rezultata merenja i njegove merne nesigurnosti je sledeći.

- Rezultat merenja se dobija na osnovu rezultata ponovljenih merenja, određivanjem dobre procene vrednosti merene veličine.
- Za tu procenu se određuje standardna devijacija, koja se naziva standardna merna nesigurnost.
- Za tu mernu nesigurnost se određuje stepen slobode.

Ove procene se mogu dobiti korišćenjem klasičnih statističkih metoda (uključujući konvoluciju) koje se smatraju osnovnim, ili kada je pogodnije, korišćenjem simulacije Monte Karlo.

Standardna merna nesigurnost (standardna nesigurnost) je standardna devijacija rezultata merenja koji je dobra procena merene veličine. U zavisnosti od načina procenjivanja, nesigurnosti se svrstavaju u dva tipa:

- standardne nesigurnosti izračunate statističkom obradom rezultata ponovljenih merenja, tip A; i
- standardne nesigurnosti procenjene statističkom obradom pouzdanih podataka, tip B.

Kvadrat standardne nesigurnosti, tj. standardna varijansa, je procena bez pomenosti kvadrata devijacije populacije rezultata merenja, tj. varijanse populacije tih rezultata. Videti 7.2 Eksperimentalna standardna varijansa.

Standardna nesigurnost nije procena bez pomenosti devijacije populacije rezultata merenja. Ta pomenost nesigurnosti se povećava sa smanjenjem njenog stepena slobode. U slučaju normalne raspodele, relativna greška procene je u intervalu od 0 % do +8,5 % za stepen slobode od ∞ do 3. Videti 6.20 Eksperimentalna standardna devijacija. Kada se standardna nesigurnost sa malim stepen slobode uzima kao procena devijacije populacije rezultata merenja, trebalo bi korigovati pomenost te nesigurnosti.

Standardnu nesigurnost dobre procene merene veličine proizvode jedino slučajne pojave i nesigurnosti korekcija.

Komponentna standardna nesigurnost je standardna nesigurnost komponentne vrednosti.

[GUM] 2.2.3, 0, str. v, *Foreword*, Annex A, 3.2, 4.1.4, 0.7 2) 3) 4), 2.3.1, 4.2.3, 4.2.6, 7.2.1 d), 4.1.5, 4.1.6, 2.3.2, 2.3.3, 8 [Rečnik] 3.9 [VIM] 2.26 [IEC 17025] 5.4.6.1, 5.4.6.2, 5.10.4.1 [ILAC] 4.8 [ILAC, OIML] 1., 2. [NVLAP] 5.4.6, Annex B.1 [ISO 10012] 7.3 [ISO 9001] 7.6 [GUM-S1] Introduction, 1

9.3 Standardna merna nesigurnost tipa B

Standardna merna nesigurnost tipa B (standardna nesigurnost tipa B)

je standardna devijacija dobre procene merene veličine procenjena statističkom obradom pouzdanih podataka. Za ovu nesigurnost treba dati stepen slobode ako može biti koristan. Ako nije drugačije navedeno, podrazumeva se da je dobra procena najverovatnija vrednost merene veličine i da ta procena ima normalnu raspodelu.

Standardna nesigurnost tipa B se označava sa u_B , a njen stepen slobode sa ν_B .

Standardna nesigurnost tipa B se procenjuje ako nema dovoljno mernih podataka za izračunavanje standardne nesigurnosti tipa A.

Dobra procena merene veličine za koju se daje standardna nesigurnost tipa B je često dobijena uzimanjem rezultata pojedinačnog merenja ili procenjivanjem na osnovu malo podataka.

Standardna nesigurnost tipa B se procenjuje na osnovu funkcije gustine verovatnoće aproksimirane analizom verovatnoće ostvarivanja događaja. Procene, raspodele, devijacije i stepena slobode, moraju da se izvedu iz raspoloživih podataka korišćenjem naučnih metoda. Pored ostalog, podaci mogu biti iz sledećih izvora:

- ranijih rezultata merenja
- iskustva, ili opšteg znanja, o svojstvima materijala i mernih sprava
- podataka proizvođača materijala i mernih sprava
- izveštaja o etaloniranju ili drugih uverenja
- priručnika sa mernim nesigurnostima pripisanim datim vrednostima.

Zahteva se sveobuhvatno procenjivanje standardne nesigurnosti tipa B, sa ciljem da dobijena procena bude tačna približno kao standardna nesigurnost tipa A. Taj cilj se lako postiže kada se standardna nesigurnost tipa A odnosi na procenu dobijenu iz malog broja usrednjenih rezultata. Poglavlje 6.22 Devijacija standardne devijacije aritmetičke sredine, tabela 6.1, pokazuje da devijacija standardne devijacije aritmetičke sredine nije zanemarljiva u praktičnim slučajevima.

Stepen slobode standardne nesigurnost tipa B se može izračunati prema:

• 6.24 Stepene slobode; • 6.25 Efektivni stepen slobode; • 6.28 Standardna devijacija i njen stepen slobode na osnovu nivoa i intervala poverenja; ili • 6.26 Stepene slobode na osnovu devijacije standardne devijacije aritmetičke sredine. Ako se smatra da standardna nesigurnost tipa B ima zanemarljivu nesigurnost pripisuje joj se beskonačan stepen slobode. Videti naredne primere 9.3.1 i 9.3.2.

[GUM] 0.7, 8, 3.1.2, 3.2.4, 4.3, 7.2.1 d), 7.2.7 c), G.4.2, 3.3.5, 4.3.2, E.4.3, G.4.2, G.6.4

9.3.1 Primer

Temperatura ambijenta se meri digitalnim termometrom postavljenim na odgovarajuće mesto. Termometar je od pouzdanog proizvođača i ima rezoluciju 0,1 °C, međutim podaci o tačnosti nepoznati. Temperatura ambijenta se dostiže prirodno (bez korišćenja uređaja za klimatizaciju).

Za donja dva slučaja, proceniti temperaturu ambijenta, njenu standardnu nesigurnost i stepen slobode te nesigurnosti.

a) Termometar stalno daje 25,0 °C.

b) Termometar naizmenično daje 25,0 °C i 25,1 °C, u približno jednakim trajanjima.

Rešenja

a) Procenjena temperatura ambijenta, t_a , je data sa:

$t_a = \text{prikazivanje_termometra} - \text{sistematska_greška} - \text{greška_usled_rezolucije}$.

Procenjeno je sledeće. Sistematska greška ima normalnu raspodelu, a njena najverovatnija aritmetička sredina je jednaka nuli. Greška usled rezolucije ima ravnomernu raspodelu i ima najverovatniju vrednost jednaku nuli. Prema poglavlju 6.12, rezultujuća raspodela procenjene temperature je približno normalna. Iz prethodnog zaključujemo da je najverovatnija temperatura ambijenta:

$$t_a = 25,0 - 0 - 0 = 25,0 \text{ °C.}$$

Termometri malih tačnosti normalno imaju moduo maksimalne sistematske greške jednak njihovoj rezoluciji. Ta maksimalna greška verovatno odgovara dvostrukoj standardnoj devijaciji, pa je procenjena standardna devijacija sistematske greške:

$$s_1 = 0,1 \text{ °C} / 2 = 0,050 \text{ °C.}$$

Standardna devijacija greške usled rezolucije je data sa (6.95):

$$s_2 = \frac{0,1 \text{ °C} / 2}{\sqrt{3}} = 0,029 \text{ °C.}$$

Standardna nesigurnost procenjene temperature ambijenta je data sa (6.41):

$$u_{Ba} = s_a = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} = \sqrt{0,050^2 + 0,029^2} = 0,058 \text{ °C.}$$

Termometar stalno prikazuje 25,0 °C, to je ekvivalentno beskonačnom broju rezultata, n , na osnovu kojih se procenjuje. Stepenslobode nesigurnosti ν_{Ba} je dat sa (6.64):

$$\nu_{Ba} = n - 1 = \infty - 1 = \infty.$$

b) Procenjena vrednost temperature ambijenta, t_b , je data sa:

$$t_b = \text{prikazivanje_termometra} - \text{sistematska_greška} - \text{greška_procene_prikazivanja}.$$

Procenjeno je sledeće. Sistematska greška i greška procene prikazivanja, imaju normalne raspodele i imaju aritmetičke sredine jednake nuli. Prema poglavlju 6.12, rezultujuća raspodela procenjene temperature je približno normalna.

Sa obzirom na način rada analogno-digitalnog konvertora, prikazivanje termometra je aritmetička sredina dve vrednosti koje termometar naizmenično daje:

$$\text{prikazivanje_termometra} = \frac{25,0 \text{ }^\circ\text{C} + 25,1 \text{ }^\circ\text{C}}{2} = 25,05 \text{ }^\circ\text{C},$$

pa je najverovatnija temperatura ambijenta:

$$t_b = 25,05 - 0 - 0 = 25,05 \text{ }^\circ\text{C}.$$

(Poput slučaja a.) Termometri malih tačnosti normalno imaju moduo maksimalne sistematske greške jednak njihovoj rezoluciji. Ta maksimalna greška verovatno odgovara dvostrukoj standardnoj devijaciji, pa je procenjena standardna devijacija sistematske greške:

$$s_3 = 0,1 \text{ }^\circ\text{C} / 2 = 0,050 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Termometar naizmenično daje dve vrednosti koje su prividno jednakih trajanja, verovatno sve dok se trajanja vrednosti ne razlikuju više od 20 % (0,2). Zato greška procene prikazivanja ima približno ravnomernu raspodelu poluširine $(0,2 / 2) \cdot \text{rezolucija} = 0,01 \text{ }^\circ\text{C}$, pa standardnu devijaciju ove greške daje (6.95):

$$s_4 = \frac{0,01 \text{ }^\circ\text{C}}{\sqrt{3}} = 0,0058 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Standardna nesigurnost procenjene temperature ambijenta je data sa (6.41):

$$u_{Bb} = s_b = \sqrt{s_3^2 + s_4^2} = \sqrt{0,050^2 + 0,0058^2} = 0,050 \text{ }^\circ\text{C}.$$

(Poput slučaja a.) Termometar stalno prikazuje 25,05 °C, to je ekvivalentno beskonačnom broju rezultata na osnovu kojih se procenjuje, n . Stepen slobode nesigurnost u_{Bb} je dat sa (6.64):

$$\nu_{Bb} = n - 1 = \infty - 1 = \infty.$$

10 Indeks pojmova i mali metrološki rečnik

Navedeni su brojevi stranica u priručniku na kojima se pominje pojam.

Nisu svi termini iz [VIM] ili [Rečnik].

10.1 Indeks pojmova i srpsko-engleski metrološki rečnik

- a**ditivna korekcija • (*correction*) *addend*; *correction* 69, 191, 231, 234
akreditacija • *accreditation* 47
akreditaciono telo • *accreditation body* 47
Alan • *Allan* 212
Alanova varijansa • *Allan variance*; *two-sample variance*; *pair variance* 212
amper • *ampere*; A 30, 35
analiza varijanse • *analysis of variance*; ANOVA ^[GUM] 213, 217
ANOVA • ANOVA ^[GUM]; *analysis of variance* 129, 213
apsolutna greška • (*absolute*) *error*; *difference* 64, 65, 66, 67
aritmetička sredina • *arithmetic mean* ^[GUM]; *average* ^[GUM]; *mean* ^[GUM] 61, 66, 85, 89, 92, 93, 97, 99, 101, 105, 106, 110, 113, 118, 121, 123, 125, 153, 155, 157, 197, 205, 212, 221, 231
aritmetička sredina populacije • *population arithmetic mean*; *arithmetic mean of a population*; *expected arithmetic mean*; *expected value* ^[GUM]; *expectation* ^[GUM]; *population mean*; *mean* ^[GUM] 89, 97, 101, 106, 153
aritmetička sredina vrednosti iz grupa • *pooled arithmetic mean* 157, 213
arkussinus raspodela • *arc sine distribution*; *U-distribution*; *U-shaped distribution* 124, 198, 229
asimetričnost • *asymmetry*; *skewness*; *indicator of asymmetry*; *indicator of skewness* 93, 100, 130, 141, 227
- B**ajes • *Bayes* 195, 197
Bajesov faktor • *Bayes factor*; *likelihood ratio* 195
Bajesov postupak • *Bayesian procedure*; *Bayesian method* 197
baždarenje (merne sprave) • *gauging (of a measuring artifact)* 60, 80
baznost • pH; *basicity*; *alkalinity* 23, 54, 55, 180
beli šum • *white noise* 212
bezdimenziona veličina • *dimensionless quantity*; *quantity of dimension one* 22, 24
bez pomenosti • *unbiased* 89, 99, 104, 155, 220
bimodalni • *bimodal* 95
binarna (merna) jedinica • *binary unit (of measurement)* 32, 39
binarni predmetak • *binary prefix*; *prefix for binary powers* ^[SI] 32, 39
binarni prefiks • *binary prefix*; *prefix for binary powers* ^[SI] 32, 39
BIPM • BIPM; *International Bureau of Weights and Measures* 12, 17, 75, 76, 77, 219

Reference

- [Allan] David W. Allan; *Should the classical variance be used as a basic measure in standards metrology; IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 1M-36, No. 2, 1987.*
- [Anscombe] F. J. Anscombe; *Graphs in statistical analysis; The American Statistician, Vol. 27, No. 1, 1973.*
- [Aslan] B. Aslan, G. Zech; *Comparison of different goodness-of-fit tests; In: M. R. Whalley, L. Lyons (editors), Proceedings of Conference on Advanced Statistical Techniques in Particle Physics, Durham, 2002.*
- [ATS] ATS; Pravila akreditacije; Akreditaciono telo Srbije, Beograd, 2014.
- [Audoin] Claude Audoin, Bernard Guinot; *The Measurement of Time: Time, Frequency and the Atomic Clock; Cambridge University Press, Cambridge, 2001.*
- [Berger] James O. Berger; *Could Fisher, Jeffreys and Neyman have agreed on testing?; Duke University, Durham, 2002.*
- [BIPM] Internet site of the BIPM: <http://www.bipm.org/>; December 2000 to January 2018.
- [Box] G. E. P. Box, D. R. Cox; *An Analysis of Transformations; Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological), Vol. 26, No. 2, 1964.*
- [Box 2005] George E. P. Box, Stuart Hunter, William G. Hunter; *Statistics for experimenters: design, innovation, and discovery (2nd ed.); John Wiley & Sons, 2005.*
- [Britannica] *Britannica Encyclopaedia (CD ROM); 1997.*
- [Bronshtein] I. N. Bronshtein et al; *Handbook of Mathematics; Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2015.*
- [Chamberlain] Richard Chamberlain; *Computer systems validation for the pharmaceutical and medical device industries (2nd ed.); Alaren Press, Libertyville, 1994.*
- [CODATA] Peter J. Mohr, Barry N. Taylor, David B. Newell; *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010; Rev. Mod. Phys., Vol. 84, No. 4, 2012.*
- [Koen] Moris Koen, Ernest Neigel; *Uvod u logiku i naučni metod; Zavod za udžbenike i naučna sredstva, Beograd, 1982.*
- [Cramer] Harald Cramer; *Mathematical Methods of Statistics; Asia Publishing House, Bombay, 1962.*
- [DMDM] Internet strane Direkcije za mere i dragocene metale: <http://www.dmdm.rs/>; mart 2010.

Goran Kostić

Metrološki priručnik

Prvo e-izdanje

Drugo dopunjeno i popravljeno ukupno izdanje

Leskovac, 2018.

•

Lektor

Suzana Petković

•

Dizajn korica

Pavle Ristić

•

Autorska prava

© 2014. 2018. izdavač Goran Kostić, sva prava zadržana.

•

Izdavač

Goran Kostić, Jovana Cvijića 5, RS-16000 Leskovac, Srbija

•

Urednik publikacije

Goran Kostić

•

Umnožavanje

Umnožava izdavač.

Tiraž 300 primeraka.

Priprema publikacije završena januara 2018. godine.

•

ISBN 978-86-900284-0-5

Glave

- 1 Veličine i merne jedinice
- 2 Merenja
- 3 Merne sprave
- 4 Rezultati merenja, tačnost i greške
- 5 Etaloni i etaloniranja
- 6 Osnove statistike
- 7 Varijanse
- 8 Testovi i usaglašavanja funkcija
- 9 Merna nesigurnost
- 10 Indeks pojmova i mali metrološki rečnik

Iz predgovora

Od pogona do fundamentalnih nauka, traži se statistička obrada rezultata merenja. Svrha te obrade je da se na osnovu rezultata ponovljenih merenja odredi vrednost merene veličine kao i tačnost te određene vrednosti. Traži se da tačnost bude opisana standardnom mernom nesigurnošću kako bi se omogućila sledivost i obezbedilo izračunavanje nivoa poverenja i intervala poverenja.

Sušтина merenja je ista u svim oblastima. Svrha ove publikacije je da bude priručnik ljudima koji se bave merenjima za različite potrebe, od proizvodnje do istraživanja, od fizike i hemije do biologije i medicine. Publikacija je namenjena i studentima i đacima.

Pred Vama je priručnik u kome su jezgrovito, ali sveobuhvatno, opisane teme koje su neizostavne kod svih merenja. Priručnik čini približno minimalan i dovoljan skup koncepata i metoda potrebnih da se izračuna rezultat merenja i njegova merna nesigurnost. Tekst je u obliku koji omogućava neposrednu primenu u računarskim programima ili ručnim izračunavanjima.

[...]