

ODREĐIVANJE STANDARDNE NESIGURNOSTI TIP A B

SY409 • 22. oktobar 2015.

Goran Kostić

Sažetak. Standardna nesigurnost tipa B se određuje kada nema dovoljno mernih podataka za izračunavanje standardne nesigurnosti tipa A. Vrednost i stepen slobode standardne nesigurnosti tipa B se često mogu izračunati po jednostavnom postupku koji ovde dajemo. Stepenu slobode omogućava pouzdano izračunavanje nivoa i intervala poverenja i pri malom obimu uzorka. Zbog suštinske važnosti nivoa i intervala poverenja, pomenuta, ili ekvivalentna, izračunavanja treba staviti u isti red sa ostalim izračunavanjima u vezi standardne nesigurnosti.

Ključne reči. Merenje, standardna nesigurnost tipa B, stepen slobode, nivo i interval poverenja, Uputstvo za izražavanje nesigurnosti merenja.

1 Uvod

Standardna nesigurnost tipa B se određuje kada nema dovoljno mernih podataka za izračunavanje standardne nesigurnosti tipa A.

Izvanrednom, široko prihvaćenom, Uputstvu za izražavanje nesigurnosti merenja, GUM, nedostaje usklađeniji pristup određivanju standardne nesigurnosti tipa B. Vrednost i stepen slobode te nesigurnosti se često mogu izračunati po jednostavnom postupku koji ovde dajemo.

GUM u pododeljku 4.3.5 daje koristan način izračunavanja vrednosti standardne nesigurnosti tipa B, na osnovu procenjenog nivoa i intervala poverenja,.

Stepen slobode omogućava pouzdano izračunavanje nivoa i intervala poverenja i pri malom obimu uzorka. ^{[Kostić] 6.17}

GUM preporučuje da uz standardnu nesigurnost tipa A treba UVEK DATI njen stepen slobode ^{[GUM] 8, 4.2.6}. A da bi uz standardnu nesigurnost tipa B TREBALO DATI njen stepen slobode, ako se to smatra korisnim za predviđene korisnike rezultata, kao i u detaljnom izveštju o određivanju rezultata ^{[GUM] 8, 7.2.1, 7.2.7}.

Na osnovu definicije stepena slobode date ovde i još nekoliko tvrđenja, a pod uslovom da je polazna procena u određenom obliku, neposredno se dolazi do ovde datog postupka za izračunavanje stepena slobode standardne nesigurnosti tipa B.

Nema opšte prihvaćene definicije stepena slobode. U literaturi se često nalaze definicije poput sledeće.

Stepen slobode je obim uzorka, minus, broj parametara populacije koji se procenjuju na osnovu tog uzorka ^{[Kostić] 6.17; [Clapham] PP 216; [Eisenhauer]}.

Ovde je očigledna manjkavost termina „broj parametara populacije koji se procenjuju na osnovu tog uzorka“. Taj termin ne treba da obuhvata procene koje se ne koriste za procenu čiji se stepen slobode određuje, jer one ne mogu imati uticaj na tu procenu.

2 Stepen slobode

Stepen slobode, ν , procene izvedene na osnovu uzorka obima n , daje obrazac (1). Sa R je označen broj STATISTIČKIH svojstava populacije određenih iz uzorka i ISKORIŠĆENIH ZA IZVOĐENJE OVE PROCENE. [Njegić] 5.6.; [GUM] G.3.3; [Eisenhauer]

$$\nu = n - R \quad (1)$$

Ovako definisan stepen slobode procene, daje vrednost koja je parametar raznih raspodela. Na primer, uzorak iz populacije sa normalnom raspodelom za koji obrazac (1) daje stepen slobode ν , ima T-raspodelu sa parametrom „stepen slobode“ jednakim ν . Takođe, standardna nesigurnost za koju (1) daje stepen slobode ν , ima T-raspodelu sa parametrom „stepen slobode“ jednakim ν .

3 Određivanje standardne nesigurnosti tipa B

Ako su za promenljivu sa normalnom raspodelom poznati samo poluširina intervala poverenja, Δ , i nivo poverenja, P , može se iz obrazca (2) izračunati standardna nesigurnost promenljive, u . Broj k je koeficijent obuhvata za nivo poverenja, P , i za normalnu raspodelu, a može se dobiti iz odgovarajuće tabele. ^{[GUM] 4.3.5}

$$u = \frac{\Delta}{k} \quad (2)$$

Poput prethodnog, standardna nesigurnost se može odrediti za promenljive sa raznim raspodelama, određivanjem odgovarajućeg koeficijenta obuhvata. ^{[GUM] G.3.2}

Procenjena nesigurnost u iz (2), se može uzeti za standardnu nesigurnost tipa B. ^{[GUM] 4.3.5}

Nesigurnost iz (2) se može proceniti na osnovu ispitivanja osoba uključenih u postupak merenja ^{[GUM] 4.3.5}. Ispitanik treba da napravi procenu o vrednosti veličine u sledećem, ili ekvivalentnom, obliku.

Od ukupno M vrednosti, N je u opsegu od a do b .

Stepen slobode nesigurnosti u , se izračunava u skladu sa prethodno datom definicijom stepena slobode. Pošto se nesigurnost procenjuje na osnovu ukupno M vrednosti, tako što se prethodno izračuna nivo poverenja, P , korišćenjem (1) dobijamo:

$$\nu = M - 1. \quad (3)$$

Vrednosti za (2) se izračunavaju iz polazne procene ispitanika, prema sledećem. ^{[GUM] 4.3.5}

$$\Delta = \frac{|a - b|}{2} \quad (4)$$

$$P = \frac{N}{M} \quad (5)$$

Zatim se određuje koeficijent obuhvata, k , za nivo poverenja, P , za moguće dodatne parametre, i za procenjenu raspodelu. Na kraju se izračunava standardna nesigurnost, u . ^{[GUM] 4.3.5, G.3.2}

Testiranjem procenjivača se može izvesti potvrđivanje, ili povećanje tačnosti, ovakvog procenjivanja standardne nesigurnosti. Na osnovu tog testa se može odrediti korekcija za procenjivanje, poput korekcije za merilo. Korekcija se može koristiti kao pokazatelj tačnosti procene, ili se može upotrebiti za korekcije procena radi povećanja tačnosti.

3.1 Primer

Procenjeno je da od 12 rezultata merenja dužine elemenata jednog tipa, polovina rezultata (koji pojedinačno nisu poznati) ima vrednosti iz intervala od 10,07 mm do 10,15 mm. Procenjeno je da su rezultati iz populacije sa normalnom raspodelom. Procena intervala je sa zanemarljivom sistematskom greškom.

Proceniti: a) najčešću dužinu elementa, b) standardnu nesigurnost te dužine i c) stepen slobode te nesigurnosti.

Rešenje

a) Najčešća dužina je modus. Procenjene granice intervala poverenja su $a = 10,07$ mm i $b = 10,15$ mm. Rezultati merenja dužine imaju T-raspodelu, pa je vrednost modusa, l , na sredini intervala a do b ^{[GUM] 4.3.5.}:

$$l = \frac{a + b}{2} = \frac{10,07 \text{ mm} + 10,15 \text{ mm}}{2} = 10,11 \text{ mm} .$$

c) Procena standardne nesigurnosti će se izvesti na osnovu ukupno $M = 12$ rezultata, odatle korišćenjem (3) izračunavamo stepen slobode te nesigurnosti:

$$\nu = M - 1 = 12 - 1 = 11 .$$

b) Na osnovu procenjenih granica intervala poverenja, korišćenjem (4) izračunavamo poluširinu intervala poverenja:

$$\Delta = \frac{|a - b|}{2} = \frac{|10,07 \text{ mm} - 10,15 \text{ mm}|}{2} = 0,04 \text{ mm} .$$

Na osnovu ukupnog broja rezultata, i procenjenog broja rezultata u intervalu poverenja, $N = 12 / 2 = 6$, a korišćenjem (5) izračunavamo nivo poverenja:

$$P = \frac{N}{M} = \frac{6}{12} = 0,50 .$$

Za procenjeni nivo poverenja, P , i za stepen slobode, ν , a iz odgovarajuće tabele za T-raspodelu, očitavamo koeficijent obuhvata $k = 0,698$. Za dužinu l , korišćenjem (2) izračunavamo standardnu nesigurnost:

$$u = \frac{\Delta}{k} = \frac{0,04 \text{ mm}}{0,698} = 0,057 \text{ mm} .$$

4 Reference

[Clapham] *Christopher Clapham, James Nicholson; The concise oxford dictionary of mathematics (4th ed.); Oxford University Press, New York, 2009.*

[Eisenhauer] *Joseph G. Eisenhauer; Degrees of freedom; Teaching Statistics, Vol. 30, No. 3, 2008.*

[GUM] *BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML; Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (JCGM 100:2008) (GUM 1995 with minor corrections); Joint Committee for Guides in Metrology, 2008.*

[Kostić] *Goran Kostić; Metrološki priručnik; Fileks, Leskovac, 2014.*

[Njegić] *Radmila Njegić, Mileva Žižić; Osnovi statističke analize; „Savremena administracija“, Beograd, 1981.*

GK 150827, 150828, 150921, 150928, 151006, 151009, 151012, 151015, 151019, 151020, 151022